Combinações simples

Agrupamentos são classificados como **Combinações** quando não é necessário considerar a ordem dos elementos. Mudanças na ordem dos elementos não alteram o agrupamento.

Agrupamentos são considerados **Simples**, quando não é permitida a repetição de nenhum elemento na formação do agrupamento.

Logo, considerando um conjunto com $\boldsymbol{n}$ elementos distintos, chama-se de **Combinação Simples** dos **n** elementos para a escolha de **p** elementos, qualquer agrupamento não ordenado (subconjunto) de **p** elementos escolhidos entre os **n** elementos dados.

Fórmula das Combinações simples

$$\boldsymbol{C_{n,p} = \frac{n!}{p! \cdot (n-p)!}}$$

$$n, p \in \mathbb{N}$$

$$n \geq p$$

Observação:

$$\boldsymbol{C_{n,p} = C_n^p = \binom{n}{p} = \frac{n!}{p! \cdot (n-p)!}}$$

Propriedades das Combinações simples

Das maneiras para representar uma combinação simples, iremos utilizar agora a que é apresentada com o uso dos parênteses, ou seja,

$$\binom{n}{p} = \frac{n!}{p! \cdot (n-p)!}$$

Para cada propriedade abaixo, veja pelo menos um exemplo para você calcular e verificar o seu funcionamento.

Propriedade 1: $\binom{n}{0} = 1$ $\qquad n \in \mathbb{N}$

Propriedade 2: $\binom{n}{1} = n$ $\qquad n \in \mathbb{N}$

Propriedade 3: $\binom{n}{n} = 1$ $\qquad n \in \mathbb{N}$

Propriedade 4: Se $p + q = n$, então $\binom{n}{p} = \binom{n}{q}$ $\qquad n, p, q \in \mathbb{N}$

Propriedade 5: $\binom{n-1}{p} + \binom{n-1}{p-1} = \binom{n}{p}$ $\qquad n, p \in \mathbb{N}$ $\qquad n \geq 2 \; e \; p \geq 1$

Propriedade 6: $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \cdots + \binom{n}{n} = 2^n$ $\qquad n \in \mathbb{N}$

Lista de Atividades

1. Utilizando as propriedades citadas e fazendo cálculos apenas quando necessário, determine o valor de:

a) $\binom{5}{0} =$ b) $\binom{5}{1} =$ c) $\binom{5}{5} =$

d) $\binom{5}{2} =$ e) $\binom{5}{3} =$ f) $\binom{5}{4} =$

g) $\binom{5}{0} + \binom{5}{1} + \binom{5}{2} + \binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5} =$ h) $\binom{6}{3} =$

i) $\binom{6}{0} =$ j) $\binom{6}{1} =$ k) $\binom{6}{6} =$

l) $\binom{6}{2} =$ m) $\binom{6}{4} =$ n) $\binom{6}{5} =$

o) $\binom{6}{0} + \binom{6}{1} + \binom{6}{2} + \binom{6}{3} + \binom{6}{4} + \binom{6}{5} + \binom{6}{6} =$

Triângulo de Pascal

Podemos organizar as combinações simples em um estrutura triangular, conhecida como **Triângulo de Pascal**.

Linha do 0 $\binom{0}{0}$

Linha do 1 $\binom{1}{0} \quad \binom{1}{1}$

Linha do 2 $\binom{2}{0} \quad \binom{2}{1} \quad \binom{2}{2}$

Linha do 3 $\binom{3}{0} \quad \binom{3}{1} \quad \binom{3}{2} \quad \binom{3}{3}$

Linha do 4 $\binom{4}{0} \quad \binom{4}{1} \quad \binom{4}{2} \quad \binom{4}{3} \quad \binom{4}{4}$

Linha do 5 $\binom{5}{0} \quad \binom{5}{1} \quad \binom{5}{2} \quad \binom{5}{3} \quad \binom{5}{4} \quad \binom{5}{5}$

Linha do 6 $\binom{6}{0} \quad \binom{6}{1} \quad \binom{6}{2} \quad \binom{6}{3} \quad \binom{6}{4} \quad \binom{6}{5} \quad \binom{6}{6}$

Linha do 7 $\binom{7}{0} \quad \binom{7}{1} \quad \binom{7}{2} \quad \binom{7}{3} \quad \binom{7}{4} \quad \binom{7}{5} \quad \binom{7}{6} \quad \binom{7}{7}$

Linha do 8 $\binom{8}{0} \quad \binom{8}{1} \quad \binom{8}{2} \quad \binom{8}{3} \quad \binom{8}{4} \quad \binom{8}{5} \quad \binom{8}{6} \quad \binom{8}{7} \quad \binom{8}{8}$

-
-
-

Lista de Atividades

2. Substituindo cada combinação simples contida no **Triângulo de Pascal** pelo seu respectivo resultado, chegamos aos resultados que constam abaixo.
   Complete-o, preenchendo os □ com os resultados que não foram informados.

Linha 0	1									
Linha 1	1	1								
Linha 2	□	2	1							
Linha 3	1	3	3	□						
Linha 4	1	□	6	4	1					
Linha 5	1	5	10	□	5	□				
Linha 6	□	6	15	□	15	6	1			
Linha 7	1	□	21	35	35	□	7	1		
Linha 8	1	8	28	56	□	56	□	8	1	
Linha 9	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□